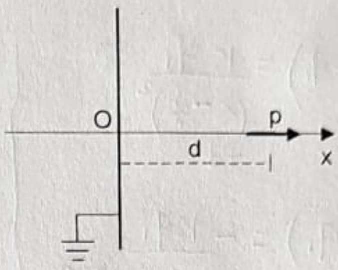
Prova scritta di Fisica 2 24.10.2018

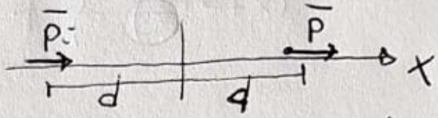
Esercizio n.1 **[10 punti]**

Si consideri un dipolo elettrico $\bar{p}$ disposto come in figura, perpendicolare ad un piano conduttore infinito collegato a terra e posto nel vuoto. Calcolare l'espressione ed il valore della forza che si esercita sul dipolo.
Si consiglia di utilizzare il metodo delle cariche immagini.



Dati: **$p = 3 \times 10^{-7}$ C·m ; d = 10 cm**

Il dipolo $\bar{p}$ crea una immagine $\bar{p}_i$ disposta come in figura:



Il dipolo $\bar{p}_i$ crea un campo elettrico $\bar{E}_i = -\bar{\nabla} V_i$

dove $V_i(x)\big|_{\bar{p}_i} = K \frac{\bar{p}_i \cdot (x+d)}{(d+x)^3}$ quindi $E_x = -\frac{\partial}{\partial x} V_i(x) =$

$$= -\frac{\partial}{\partial x}\left(K \frac{p_i}{(d+x)^2}\right) = 2K \frac{p_i}{(d+x)^3} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{p_i}{(d+x)^3}$$

La forza sul dipolo $\bar{p}$ dovuta ad E_x sarà

$$\bar{F}\Big|_x = \bar{\nabla}\Big|_x \left(\bar{p} \cdot \bar{E}\right)_{x=d} = \nabla_x \left(p \cdot \frac{2K p_i}{(x+d)^3}\right)_{x=d} = \frac{\partial}{\partial x} 2Kp^2 \frac{1}{(x+d)^3}$$

$$= 2Kp^2 \frac{-3}{(x+d)^4}\Bigg|_{x=d} = 2Kp^2 \frac{-3}{(2d)^4} =$$

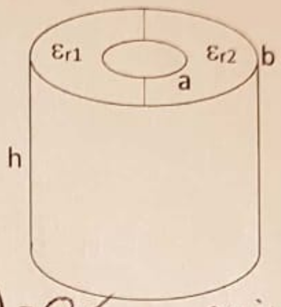
$$= -\frac{\cancel{2} \cdot 3\, p^2}{\cancel{4}_{2}\, \pi \varepsilon_0 (2d)^4} = -\frac{3}{2\pi \cdot 16 \varepsilon_0} \cdot \frac{p^2}{d^4} = -\frac{3}{32\pi} \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{p^2}{d^4}\right)$$

$$\cong -\frac{3}{\cancel{10^{2}}} \frac{1}{\cancel{9 \times 10^{-12}}} \frac{\cancel{9 \times 10^{-14}}}{\cancel{10^{-4}}} = -3\, N$$

Prova scritta di Fisica 2 24.10.2018

Esercizio n.2 **[10 punti]**

A) Calcolare esplicitamente il valore della capacità di un condensatore cilindrico di raggi interno ed esterno (***a, b***) e di altezza ***h***, con il vuoto fra le armature. B) L'interno del condensatore viene quindi riempito con due materiali dielettrici differenti di costante dielettrica relativa ε_{r1} e ε_{r2}, ognuna delle quali occupa metà del volume del condensatore (vedi figura). Calcolare la nuova capacità del condensatore.



Dati: ***a = 1 cm ; b = 2,72 cm ; h = π cm ;*** ε_{r1} **= 2 ;** ε_{r2} **= 3**

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} \qquad V_0 = -\int_a^b \bar{E}_0 \cdot d\bar{l} \quad \text{dove} \quad \phi(E)_2 = Q/\varepsilon_0 \quad \text{e quindi:}$$

[2]

$$E_0 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2h} \quad \text{da cui} \quad V_0 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h}\ln\frac{b}{a} \quad \text{e}$$

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln b/a} \cong \frac{2\pi\cdot\pi\cdot10^{-2}\cdot 9\cdot 10^{-12}}{\cancel{\ln 2{,}72}_{\,1}} \cong 18\cdot10^{-13} = 1{,}8\ \text{pF}$$

[1,5] [0,5]

Le due metà corrispondono a 2 condensatori in // ognuno di valore metà del C(cilindrico), nel mezzo

[2]

$$\varepsilon_{ri}: \quad C = C_1 + C_2 = \varepsilon_{r1}\frac{C_0}{2} + \varepsilon_{r2}\frac{C_0}{2} =$$

$$= \frac{C_0}{2}\left(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}\right) = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln b/a}\,\frac{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}}{2} = 1{,}8\times10^{-13}\,\frac{2+3}{2}$$

[3]

$$= 4{,}5\ \text{pF}$$

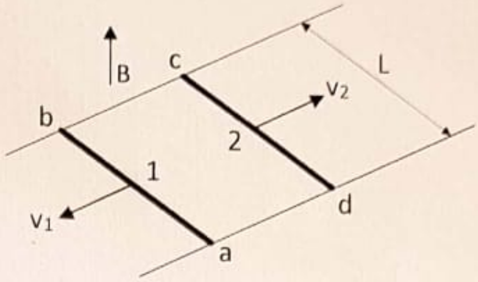
[1]

Prova scritta di Fisica 2

24.10.2018

Esercizio n.3 **[10 punti]**

Due sbarrette metalliche sottili, di resistenze uguali ***R*** e lunghe ***L***, sono poggiate perpendicolarmente a due guide conduttrici parallele di resistenza trascurabile. Le due sbarrette si muovono in direzioni opposte con velocità costanti v_1 e v_2 (vedi figura). Nello spazio è presente un campo ***B*** costante ed uniforme perpendicolare al piano dindivduato dalle due sbarrette e dalle guide. Calcolare la differenza di potenziale che si misurerebbe fra i punti ***c*** e ***a***.



Dati: ***d = 10 cm*** ; $v_1 = 3\ m/s$; $v_2 = 1\ m/s$; $B = 0{,}2\ T$

Le due sbarrette diventano sorgenti di un campo elettromotore che farà circolare una corrente in senso <u>orario</u> per entrambe le sbarrette

$\mathcal{E}_1 = v_1 B$ $\mathcal{E}_2 = v_2 B$ // $f_1 = v_1 B L$ $f_2 = v_2 B L$

[Si può fare anche calcolando $f_i = -\frac{d}{dt}\phi_i(B)$]

Nel circuito circolerà una corrente $i = \frac{f_1+f_2}{R_{TOT}} =$

$i = \frac{(v_1+v_2)BL}{2R}$ ∴ La d.d.p. fra c ed a sarà

$$V_c - V_a\Big|_{[abc]} = f_1 - Ri = v_1 B L - \cancel{R}\,\frac{(v_1+v_2)BL}{2\cancel{R}} =$$

$$= BL\left(v_1 - \frac{v_1}{2} - \frac{v_2}{2}\right) = \frac{B_0 L (v_1 - v_2)}{2} = \therefore$$

$$= \frac{0{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = 0{,}02\ V = 20\ mV \therefore$$

ovviamente: $V_c - V_a\Big|_{[adc]} = Ri - f_2 = \frac{B_0 L (v_1 - v_2)}{2}$ essendo indifferente il percorso attraverso cui calcolare ΔV.

Nota: Tutti i calcoli possono essere fatti con l'approssimazione del 10%, compresi i valori delle costanti fondamentali.